

ministère
éducation
nationale



Mathématiques

Baccalauréats professionnels

Ressources pour la classe Algèbre et analyse

- Commentaires et recommandations -

Ce document peut être utilisé librement dans le cadre des enseignements et de la formation des enseignants.

Toute reproduction, même partielle, à d'autres fins ou dans une nouvelle publication, est soumise à l'autorisation du directeur général de l'Enseignement scolaire.

Juin 2009

ALGÈBRE ET ANALYSE

COMMENTAIRES ET RECOMMANDATIONS

Les motivations

L'analyse d'une situation, le choix d'une méthode de résolution adaptée à la problématique traitée doivent permettre d'approcher les grands débats de la société.

La résolution de problèmes, initiée au collège, se poursuit en baccalauréat professionnel. Elle permet aux élèves de mettre en œuvre leur capacité à :

- rechercher et organiser l'information ;
- engager une démarche, raisonner, argumenter, démontrer ;
- calculer, mesurer, appliquer des consignes ;
- communiquer à l'aide d'un langage mathématique adapté.

Ce domaine du programme a pour objectifs :

- de traduire des problèmes concrets en langage mathématique en vue de leur résolution ;
- de permettre aux élèves une mémorisation des méthodes, des notions essentielles du cours et des automatismes facilitant la résolution de problèmes, indispensables à la poursuite d'études, préparant à la vie citoyenne et professionnelle ;
- de faire utiliser les T.I.C. afin d'expérimenter, d'émettre des conjectures, de vérifier des résultats.

Les choix généraux

La partie algèbre du programme permet de développer chez les élèves des capacités d'autonomie, de stratégie de résolution et de sens critique face aux éléments d'un énoncé et au(x) résultat(s) obtenu(s). Le choix d'une méthode de résolution doit être motivé et toute proposition doit faire l'objet d'un commentaire avant d'être retenue ou écartée au profit d'une autre démarche plus pertinente.

En seconde professionnelle, les problèmes traités sont des problèmes du premier degré. Le second degré est abordé en classe de première professionnelle.

Les suites numériques sont abordées en première et leur étude se poursuit en terminale.

La partie analyse du programme, permet d'approfondir la notion de fonction et de découvrir de nouvelles fonctions qui constituent de véritables outils de modélisation et de résolution de problèmes issus de la vie courante ou professionnelle. Les situations choisies rendent ces outils pratiques voire incontournables dans le processus de résolution.

En aucun cas ces parties du programme ne doivent prendre la forme de "catalogues" plus ou moins exhaustifs.

Des fonctions de référence sont introduites en seconde et en première. Elles sont utilisées pour générer d'autres fonctions. Le nombre dérivé est introduit en première et la fonction dérivée en terminale.

Les fonctions logarithmes et exponentielles sont étudiées en terminale.

Un programme complémentaire comportant les modules concernant le calcul intégral, les équations différentielles et les nombres complexes est destiné aux élèves qui envisagent une poursuite d'études en section de techniciens supérieurs.

Quelques éclairages complémentaires par module

Information chiffrée. Proportionnalité

Les contenus de ce module sont abordés tout au long de l'année.

Les activités support proposées sont étroitement liées aux activités du domaine professionnel (production et services), de la vie courante ou correspondant à l'une des thématiques parues au BOEN.

Pour les spécialités du domaine tertiaire, les calculs commerciaux ou financiers sont traités à titre d'exemples. Toutes les informations et les méthodes relatives au domaine professionnel sont fournies. Des exemples d'activités possibles figurent dans ce document.

Résolution d'un problème du premier degré

L'objectif est de pratiquer une démarche de résolution de problèmes issus de la géométrie, d'autres disciplines, de la vie courante ou professionnelle ou correspondant à l'une des thématiques parues au BOEN, en mettant en œuvre les compétences de prise d'information, de mise en équation, de traitement mathématique, de contrôle et de communication des résultats.

Les exemples étudiés conduisent à des équations ou inéquations du premier degré à une inconnue ou à des systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues.

Les méthodes de résolution sont variées (algébrique, graphique ou à l'aide des T.I.C.). Il est important d'insister dans le cadre de la formation sur les différentes formes de présentation des solutions, sur la validation des solutions obtenues et sur la pertinence des méthodes utilisées. Il convient également de montrer les limites d'une résolution graphique quant à la précision des résultats obtenus.

Du premier au second degré

Les élèves sont formés à la pratique d'une démarche de résolution de problèmes (depuis la mise en équation jusqu'à la conclusion). Ils ont à connaître le processus de résolution.

Une réflexion est à mener sur le statut de la solution obtenue et sur la pertinence de la méthode choisie.

Il convient d'insister sur la validation des solutions obtenues, ainsi que sur la pertinence du choix des méthodes utilisées. Il est utile de montrer les limites de la méthode de résolution graphique.

La résolution de l'équation et la connaissance de l'allure de la courbe permettent de conclure sur le signe du polynôme.

Suites numériques

Des activités sont à mener pour favoriser la mise en œuvre d'une démarche expérimentale et la recherche documentaire sur l'histoire des mathématiques. Il est ainsi possible de montrer que les suites arithmétiques et les suites géométriques ne sont pas les seules suites numériques existantes. En effet, l'utilisation d'un tableur permet d'explorer d'autres suites numériques. Par exemple, la suite de Fibonacci permet de faire un lien avec l'histoire des sciences.

Pour les spécialités du domaine tertiaire, les calculs commerciaux ou financiers sont traités à titre d'exemples (intérêts composés, capitalisation et amortissement, etc.). Toutes les informations et les méthodes relatives au domaine professionnel sont fournies.

Notion de fonction

L'objectif est d'exploiter la représentation graphique de fonctions numériques obtenues dans des situations issues des autres disciplines, de la vie courante ou professionnelle ou correspondant à une des thématiques parues au BOEN afin d'enrichir le vocabulaire élémentaire relatif à la notion de fonction.

L'ensemble de définition des fonctions étudiées est donné.

L'utilisation des calculatrices et de l'outil informatique est une obligation de formation. L'objectif n'est pas de développer des compétences d'utilisation de logiciels, mais d'utiliser ces outils afin d'alléger les difficultés liées au calcul algébrique, de favoriser la réflexion des élèves et l'émission de conjectures (échanges, débat scientifique).

Un exemple d'activité illustrant ce propos est proposé dans ce document.

Génération de fonctions à l'aide des fonctions de référence

Les objectifs sont d'étudier les fonctions de référence et d'exploiter leur représentation graphique et de générer des fonctions à partir de ces fonctions de référence.

Ces fonctions peuvent être utilisées comme modèle mathématique d'une situation issue des autres disciplines, de la vie courante ou professionnelle ou correspondant à une des thématiques parues au BOEN. Leur exploitation favorise ainsi la résolution des problèmes posés dans une situation concrète.

Un exemple d'activité illustrant ce propos est proposé dans ce document.

Les logiciels et les calculatrices sont utilisés pour faciliter la conjecture du sens de variation d'une fonction et les résolutions graphiques d'équations, d'inéquations ou de systèmes d'équations. Ils permettent également aux élèves d'expérimenter afin de donner du sens à la résolution d'une équation. Par exemple, les élèves peuvent déterminer un encadrement à une précision donnée d'une solution de l'équation $f(x) = k$ où k est un nombre réel donné.

Approcher une courbe par une droite

Une activité expérimentale peut être menée afin de tester la qualité d'une approximation affine à l'aide des T.I.C. Par exemple, il est possible de montrer que parmi des fonctions affines dont la droite représentative passe par le point de coordonnées $(1, 1)$, il existe toujours un intervalle contenant le réel 1 sur lequel la fonction $x \mapsto 2x - 1$ donne la "meilleure" approximation de la fonction carré. Cette fonction est représentée par une droite qu'on appelle la tangente à la courbe au point d'abscisse 1. Le même travail peut être mené au voisinage d'autres points.

Ce propos est développé dans le paragraphe III – 5.

Il est possible à cette occasion de mettre en œuvre une approximation affine pour déterminer une valeur approchée du carré, de la racine carrée ou de l'inverse d'un nombre (se limiter à des cas comme : $1,02^2$; $\sqrt{4,08}$; $\frac{1}{4,98}$).

Fonctions de la forme $f+g$ et kf

Les élèves doivent connaître le processus de construction de la représentation graphique des fonctions de la forme $f+g$ et kf , k étant un réel non nul, à partir de la représentation graphique de la fonction f et de la fonction g . La construction et l'exploitation de la représentation graphique des fonctions de la forme $f+g$ et kf sont réalisées à l'aide des T.I.C.

Une exploitation correcte demande une attention particulière au sens de variation des deux fonctions.

L'étude mathématique peut être motivée par la réponse à apporter à un problème posé.

Fonctions exponentielles et logarithme décimal

Les fonctions exponentielles sont présentées comme "prolongement" des suites géométriques de premier terme 1 et de raison q strictement positive. L'introduction d'une fonction exponentielle à l'aide d'un logiciel s'effectue par interpolation des valeurs d'une suite géométrique de raison q strictement positive et différente de 1.

L'étude des fonctions exponentielles, pour $x < 0$ sera ensuite menée en utilisant les T.I.C.

La fonction logarithme décimal est introduite à l'aide des T.I.C. comme fonction réciproque de la fonction $x \mapsto 10^x$.

La relation $\log 10^x = x$ est admise après des conjectures émises à l'aide des T.I.C. Les propriétés algébriques de cette fonction sont données et admises.

Fonctions logarithme népérien et exponentielle de base e

La fonction \ln est la fonction définie pour $x > 0$, qui s'annule en 1 et dont la fonction dérivée est la fonction inverse.

Les propriétés opératoires de la fonction logarithme népérien sont conjecturées à l'aide de la courbe représentative de la fonction logarithme népérien. Elles peuvent également être mises en évidence à l'aide de la calculatrice.

L'utilisation de la calculatrice ou d'un logiciel permet de conjecturer que : $\ln(e^b) = b$.

L'unicité de la solution de l'équation $\ln x = b$ peut être justifiée à l'aide de la courbe représentative de la fonction logarithme népérien.

La représentation graphique de la fonction $x \mapsto e^x$ est obtenue à l'aide des T.I.C.