

### Se positionner grâce aux ondes GPS, horloges et relativité (3)

#### Préambule

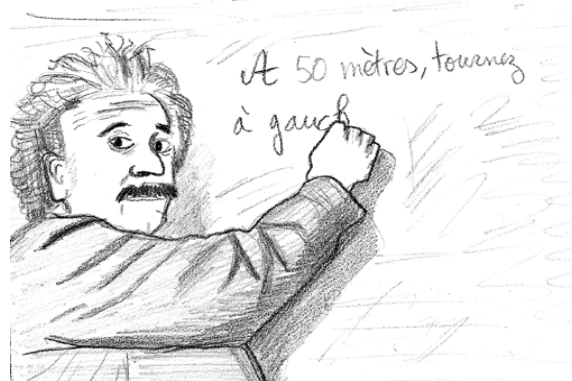
Extrait du programme d'enseignement spécifique de physique-chimie de la série scientifique en classe terminale ([Bulletin officiel spécial n°8 du 13 octobre 2011](#))

#### Temps, mouvement et évolution

Notions et contenus	Compétences exigibles
<p><b>Temps et relativité restreinte</b></p> <p>Invariance de la vitesse de la lumière et caractère relatif du temps.</p> <p>Postulat d'Einstein. Tests expérimentaux de l'invariance de la vitesse de la lumière.</p> <p>Notion d'événement. Temps propre. Dilatation des durées. Preuves expérimentales.</p>	<p>Savoir que la vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels galiléens.</p> <p>Définir la notion de temps propre. Exploiter la relation entre durée propre et durée mesurée. Extraire et exploiter des informations relatives à une situation concrète où le caractère relatif du temps est à prendre en compte.</p>

Ce document propose une activité relative au problème du positionnement. En utilisant la propagation des ondes et par l'intermédiaire de mesures temporelles, on parvient à se « localiser » c'est à dire déterminer sa position. Le système américain « GPS » qui équipe aujourd'hui nos voitures fonctionne sur ce principe, et la maîtrise de la précision du positionnement est un enjeu important. Le projet équivalent européen « Galileo » sera opérationnel en 2014.

- Comment les ondes nous permettent-elles de mesurer les distances ?
- Comment améliorer la précision du positionnement ?
- Quel est le principe de fonctionnement du GPS ?
- Pourquoi la prise en compte de la relativité restreinte est-elle nécessaire ?



## 1. Se positionner avec une montre (et une balise)

On peut se localiser en exploitant les ondes émises par des émetteurs fixes qu'on appelle des balises. Une balise est munie d'une horloge et délivre régulièrement une onde électromagnétique sous forme de « tops » (indiquant l'heure comme l'horloge parlante). Le promeneur possède une montre (exactement synchronisée à l'heure de la balise) et détecte un léger décalage temporel entre les tops de sa montre et ceux de l'horloge.

### Localisation 1D (axe x)

Le promeneur est immobile et souhaite se positionner le long d'un axe  $x$ . La balise émetteur se trouve en  $x = 0$ . La montre du promeneur a été parfaitement synchronisée avec l'horloge de la balise. Le promeneur détecte un décalage de 1,000 ms entre les tops de la balise et ceux de sa montre.



En utilisant une valeur approchée de la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide, on remonte à la distance entre la balise et le promeneur.

On peut ensuite introduire la **précision** de la mesure temporelle faite avec la montre et remonter ainsi à l'incertitude sur la position. On peut aussi faire remarquer qu'en réalité, il faut deux balises pour déterminer la position du promeneur sans ambiguïté (entre  $x$  et  $-x$ ).

En considérant une valeur approchée de la vitesse de la lumière plutôt que la valeur exacte, on commet **une erreur** systématique. De même, si on ne tient pas compte de l'indice de l'air, on commet une erreur. On peut quantifier ces erreurs temporelles, et les transcrire en erreurs de positionnement.

On fait ainsi remarquer la différence entre une imprécision de mesure (incertitude) et une erreur systématique qu'il est important de comprendre pour en supprimer les effets.

### Localisation 2D (sur une carte)

Le promeneur se trouve en France. Il est en contact avec trois balises situées à Paris, Bordeaux et Marseille. Sa montre synchronisée avec les balises mesure des décalages respectifs suivants :

$$\Delta t_1 = 1,303 \text{ ms} \quad \Delta t_2 = 1,447 \text{ ms} \quad \Delta t_3 = 0,923 \text{ ms}$$

On peut déterminer la position du promeneur sur la carte de France. On peut discuter de l'importance de la troisième mesure : est-elle indispensable ?

On peut aussi faire remarquer que sans plus d'indication sur le positionnement des balises, la discussion précédente sur les sources d'erreur n'est pas pertinente (prise en compte de l'indice de l'air et de la valeur exacte de  $c$ ).



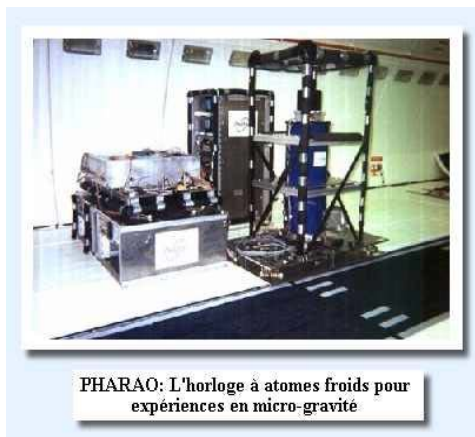
[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/aa/France\\_map\\_FR.png](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/aa/France_map_FR.png)

## 2. Précision d'une horloge et synchronisation de deux horloges

La précision du positionnement dépend directement de la précision des mesures de décalages temporels. Des horloges de plus en plus précises sont inventées.

### Document : précision d'une horloge atomique

Les horloges atomiques ont été mises au point dès le milieu des années 1950. Leur précision et leur stabilité sont telles qu'elles constituent aujourd'hui les étalons de temps (ou de fréquence). Depuis la Conférence générale des poids et mesures de 1967, « la seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133 ». L'interaction entre les atomes de Césium et un Laser permettent, au bout du compte, de fournir un top toutes les secondes avec une exactitude relative d'environ  $10^{-14}$ , c'est-à-dire qu'au bout de 3 millions d'années, l'erreur accumulée par l'horloge serait inférieure à une seconde...



[www.lkb.ens.fr/recherche/atfroids/tutorial/pages/9\\_les\\_horloges\\_atomiques.htm](http://www.lkb.ens.fr/recherche/atfroids/tutorial/pages/9_les_horloges_atomiques.htm)

### Questions sur le document

1. Quel lien y a-t-il entre les niveaux d'énergie du Césium et la fréquence de la radiation émise ?
2. Calculer la période de la radiation correspondant à la transition entre les deux états atomiques du Césium.
3. Calculer la précision mesurée sur cette période avec l'horloge atomique décrite dans le texte.
4. Au bout de combien de temps deux horloges atomiques, initialement synchronisées, vont-elles se décaler de 1 ns (engendrant une erreur de positionnement de l'ordre du mètre) ?

On l'a vu, le fonctionnement des procédures de localisation repose sur la synchronisation des horloges des différentes balises. Un décalage de 1 microseconde entre deux horloges entraîne une erreur sur le positionnement de l'ordre de 300 m. On étudie en détails la procédure de synchronisation de deux horloges :

Pour synchroniser les deux horloges, il faut qu'elles se parlent : l'horloge 1 envoie un signal à  $t_1$  à l'horloge 2 qui le reçoit à  $t_2$  et lui renvoie immédiatement. L'horloge 1 reçoit le signal à  $t_3$ . On communique ensuite toutes ces mesures de temps. On peut établir la condition de synchronisation :

$$t_2 = \frac{t_1 + t_3}{2}$$

On peut ensuite analyser une situation de non synchronisation. La balise de référence « A » envoie un « top » à  $t_1 = 0,000$  s. La balise « A' » le reçoit au moment où son horloge indique  $t_2 = 1,000$  s et le réémet instantanément. La balise « A » reçoit le signal retour à l'instant où son horloge indique  $t_3 = 2,100$  s. Faut-il avancer ou retarder l'horloge de la balise A' ? De combien ?

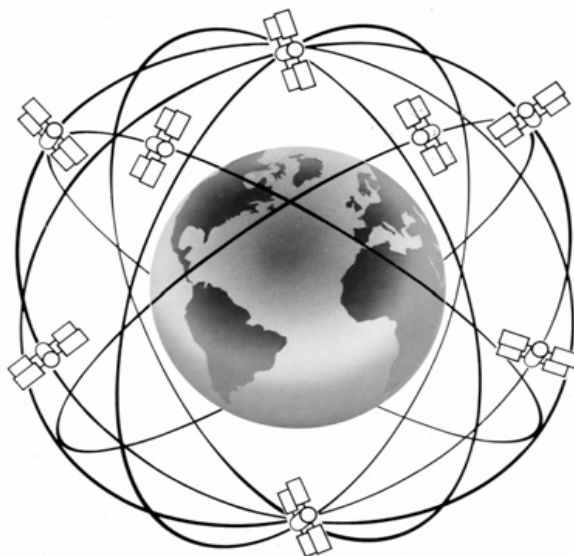
En réalité, il y a plus de balises que nécessaire. Les informations de positionnement sont redondantes. Tant que l'horloge du récepteur n'est pas synchronisée avec celles des balises, les informations de positionnement ne se recoupent pas... Un algorithme permet de synchroniser progressivement l'horloge du récepteur avec les balises émettrices. Ce protocole se met en route à l'allumage du GPS et peut prendre un quart d'heure.

### 3. Le système GPS : principe et précision

---

Le GPS « Global Positioning System » a été développé par le département de la défense américaine en 1978. Il a été rendu accessible au public en 1985. Il permet le positionnement précis de n'importe quel lieu quelque soit l'heure et les conditions météorologiques. Les signaux proviennent de 30 satellites artificiels évoluant à une altitude de 20 200 km et émettant des ondes électromagnétiques de fréquence 1,6 GHz.

Le Conseil des Transports de l'Union européenne a lancé en 1999 en association avec l'Agence Spatiale Européenne, le projet Galileo qui doublera le système américain à partir de 2014.



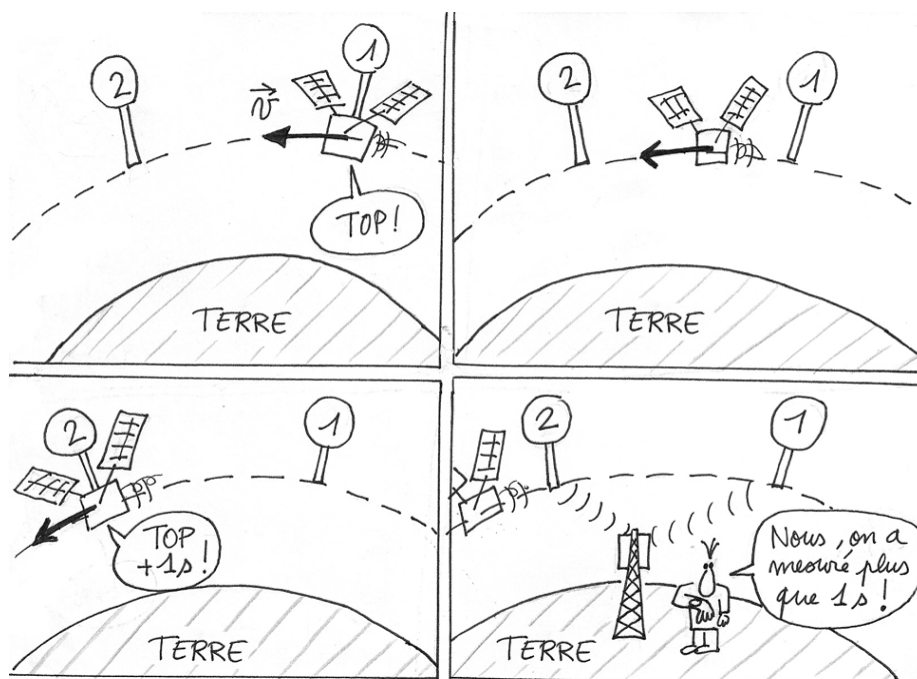
Constellation des satellites du système GPS : [http://fr.wikipedia.org/wiki/Global\\_Positioning\\_System](http://fr.wikipedia.org/wiki/Global_Positioning_System)

« A 50m, tournez à gauche ». Pour se permettre de donner des ordres aussi précis, le système GPS doit être capable de positionner la voiture avec une précision de l'ordre du mètre. On peut montrer qu'une précision temporelle de 3 ns sur les mesures temporelles est nécessaire pour atteindre une telle précision.

Pour augmenter la précision du positionnement GPS, il faut optimiser la précision des mesures temporelles. En plus de l'utilisation d'horloges atomiques, il faut aussi corriger les effets relativistes du mouvement des satellites par rapport au sol.

## 4. Effets relativistes et dérive des horloges embarquées par rapport au sol

**Document : désaccord entre horloges embarquées et horloges immobiles.**



Les satellites de la constellation GPS ne constituent pas un réseau de balises fixes, ils sont en orbite avec une vitesse  $v = 3,87 \text{ km.s}^{-1}$  par rapport au sol. Toutes les horloges (celles des satellites et celles qui sont fixes par rapport au sol) sont de même nature. On constate pourtant un désaccord entre elles.

### Questions sur le document

On peut demander aux élèves d'interpréter le désaccord entre les mesures de temps. L'intervalle de temps mesuré par les horloges fixes est plus grand que la seconde proposée par l'horloge embarquée. C'est un exemple d'utilisation des concepts de « temps propre » et de « dilatation des durées » au programme de terminale.

En effectuant l'application numérique, on peut calculer la durée entre les tops finalement reçus par l'observateur au sol et quantifier le désaccord temporel. On trouve que l'erreur de positionnement induite par ce désaccord temporel est de l'ordre de quelques km par jour. C'est considérable, et il est donc indispensable de corriger cet effet.

Il est nécessaire de prendre en compte un autre effet de décalage décrit par la relativité générale : pour les horloges des satellites, la gravité est plus faible qu'au niveau du sol. En pratique, un synthétiseur de fréquence permet de compenser tous ces effets relativistes.