

Nombres et calcul - Item 7

Nombres et calculs

Dans un magasin, si j'achète 6 ballons, je paierai 12 euros.

Combien paierai-je si j'achète 3 ballons ?

Cocher la bonne réponse.

- 4 euros
 2 euros
 3 euros
 6 euros

Réponse attendue	« 6 euros »
Descriptif de la tâche	Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs à partir du sens de la situation et résoudre le problème de proportionnalité impliquant ces grandeurs en utilisant une procédure adaptée.
Positionnement	Cet item fait partie de l'ensemble d'items qui caractérisent le niveau "Maîtrise fragile" et témoigne de ce que les élèves de ce niveau savent faire.
Compétence(s) mathématique(s)	Modéliser - Calculer
Contexte de la situation	Familier

Éléments de compréhension de la réussite ou de l'échec de l'élève à l'item

- **Raisons pouvant expliquer la réussite de l'item par les élèves ayant une maîtrise fragile ou plus**
 - Contexte familier et modélisable mentalement (prix d'objets).
 - Valeurs en jeu entières, l'une est le double de l'autre.
 - Typologie d'exercice classique.

- **Difficultés susceptibles de mettre en échec un élève de niveau de maîtrise inférieur**
 - Nécessité de mobiliser des connaissances encore fragiles pour un élève de niveau de maîtrise insuffisant. La procédure utilisant les propriétés de linéarité (le prix de la moitié de 6 ballons est la moitié de douze euros) est mise en difficulté lorsque le lien moitié / double et le sens des opérations sont encore fragiles.
 - Difficulté à repérer la procédure à mettre en œuvre. Au cycle trois, les élèves reconnaissent et résolvent des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée : propriétés de linéarité (additive et multiplicative), passage à l'unité, coefficient de proportionnalité (ici la grandeur quotient 2€ par ballon). Dans la situation proposée, le fait de pouvoir acheter les ballons à l'unité est implicite, ce qui peut influencer une procédure de type « passage à l'unité » (souvent privilégiée dans l'enseignement). Pour cet exercice, cela reste dans le champ des nombres entiers (le prix d'un ballon est de 2 euros), mais nécessite davantage d'étapes de calcul pour apporter la réponse.

- **Analyse des distracteurs**
 - Réponse 4 euros : une mauvaise identification des relations en jeu peut conduire un élève à diviser 12 euros par 3 ou à valider la réponse 4 euros en la multipliant par 3.
 - Réponse 3 euros : erreur classique d'identification d'un ballon à 1 euro peut conduire au prix de 3 euros.
 - Réponse 2 euros : un passage à l'unité (le prix d'un ballon), sans finaliser le calcul peut conduire au choix de 2 euros.

Pistes d'exploitation des résultats de l'évaluation

- **Différenciation pédagogique (complexification et/ou simplification de l'item)**

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise inférieur

- Eviter les éléments qui peuvent faire écran à la manifestation de la compréhension partielle.
- Offrir d'autres procédures aux élèves et limiter le calcul par le choix des distracteurs. On peut proposer par exemple un prix plus élevé parmi les prix possibles.
- Modifier la question en "combien paierai-je si j'achète un ballon ?" ou pour éviter la difficulté de la moitié : dans un magasin, si j'achète 3 ballons, je paierai 6 euros. Combien paierai-je si j'achète 6 ballons ?

Modifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau supérieur

- Diminuer les procédures possibles, notamment celles utilisant les relations internes. En montant en compétences sur ce type de tâche, l'élève est amené à maîtriser les différentes procédures pour utiliser la plus adaptée. Par exemple la question suivante peut être posée

“dans un magasin, si j’achète 4 ballons, je paierai 12 euros. Combien paierai-je si j’achète 7 ballons ?”.

- Avec cet énoncé, choisir les distracteurs pour permettre un travail sur l’erreur
 - 11 euros : valeur inférieure au prix initial, qui correspond aussi à $7+4$
 - 15 euros : “j’ajoute 3 ballons donc 3 euros”, modèle additif erroné
 - 23 euros : $12 \times 2 - 1$ comme transposition de $4 \times 2 - 1 = 7$, non maîtrise du modèle multiplicatif
- Choisir des valeurs qui peuvent amener à des calculs avec les fractions et les nombres décimaux, ce qui rend le raisonnement plus difficile à contrôler, “dans un magasin, si j’achète 6 ballons, je paierai 9 euros. Combien paierai-je si j’achète 3 ballons ?”

• Remédiations possibles

- Redonner du sens à la proportionnalité par la manipulation : puzzle de Brousseau pour casser le modèle additif par exemple.
- Pour les élèves pour lesquels la proportionnalité fait sens mais ayant échoué :
 - travailler les relations simples entre les nombres en lien avec les faits numériques (en l’occurrence moitié / double dans le cas présent) ;
 - proposer de schématiser la situation avec les données de l’item (dont les tableaux) ;
 - travailler les ordres de grandeur ;
 - proposer aux élèves de créer une situation similaire.

Exemples de ressources

- Arnaud Simard (2012b). Le concept de proportionnalité dans la liaison CM2-Sixième Petit x, n°90, p. 35-52. IREM de Grenoble.

http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_x/fic/90/90x2.pdf

- Conférence de consensus Cnesco-Ifé "Nombres et calcul au primaire" (novembre 2015)

<http://www.cnesco.fr/fr/numeration/>

→ Éric RODITI, Université Paris Descartes - Le calcul et l’intelligence du calcul

<http://www.cnesco.fr/fr/numeration/paroles-dexperts/calcul-et-operations/>

- Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3 – Document Ressources Eduscol – 2016

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Proportionnalite/95/5/RA16_C3_MATH_doc_maitre_proport_N.D_576955.pdf

- Samuel Voisin L’enseignement de la proportionnalité : une expérimentation en classe de SEGPA.

Petit x n°103 p. 33-56. IREM de Grenoble

Résumé <https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/revues/petit-x/consultation/numero-103-petit-x/3-l-enseignement-de-la-proportionnalite-une-experimentation-en-classe-de-segpa--507326.kjsp?RH=1550186246161>