

CONTRÔLE QUALITÉ DU DESTOP[©]

TITRAGE ACIDO-BASIQUE : UTILISATION D'UN INDICATEUR COLORÉ ET SUIVI PAR PH-MÉTRIE MÉTHODE MONTE-CARLO

Dans la continuité de la ressource intitulée « Contrôle qualité du DesTop[©] - Titrage acido-basique : utilisation d'un indicateur coloré et suivi par pH-métrie », cette ressource permet d'évaluer, à l'aide d'une formule fournie, l'incertitude-type du titre massique w_{NaOH} exprimée en fonction d'autres grandeurs dont les incertitudes-types associées sont connues. Nous simulons aussi un processus aléatoire illustrant la détermination de la valeur du titre massique w_{NaOH} avec incertitudes-types composées.

Références à la partie « Mesure et incertitudes » du programme

Notions et contenus	Capacités exigibles
Incertitude-type Incertitudes-types composées	Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une autre approche que statistique (évaluation de type B). Evaluer, à l'aide d'une formule fournie, l'incertitude-type d'une grandeur s'exprimant en fonction d'autres grandeurs dont les incertitudes-types associées sont connues. Capacité numérique : simuler, à l'aide d'un langage de programmation, un processus aléatoire illustrant la détermination de la valeur d'une grandeur avec incertitudes-types composées.

Éléments pour construire l'activité des élèves

Objectif

Réaliser un contrôle qualité du DesTop®.

Mode opératoire

Diluer une masse connue avec précision d'environ $m_0 = 4$ g de DesTop® dans une fiole jaugée de $V_f = 100,00$ mL. Titrer $V_p = 10,00$ mL de la solution préparée avec de l'acide chlorhydrique de concentration $c_1 = 0,1000$ mol.L⁻¹ en réalisant un suivi pH-métrique.

Exemples de questions

Q1. Protocole

Décrire votre protocole de préparation de la solution à titrer.
Décrire votre protocole de titrage.

Q2. Résultats expérimentaux

Donner le volume équivalent V_E . Evaluer son incertitude-type.

Q3. Discussion

Calculer le titre massique d'hydroxyde de sodium ($M_{NaOH} = 39,9971$ g.mol⁻¹) du DesTop® w_{NaOH} (présenter le calcul littéral puis l'application numérique).

Vérifier les incertitudes-types de l'encadré suivant, évaluées par une autre approche que statistique (type B).

La variabilité de w_{NaOH} est expliquée par différentes incertitudes qui s'accumulent tout au long du protocole : incertitudes de la pesée m_0 , du volume de la fiole jaugée V_f , du volume de la pipette jaugée V_p , de la concentration du titrant c_1 , du volume équivalent V_E et de la masse molaire M . On prendra :

- pesée : d'après la notice de la balance, on prendra $u(m_0) = 0,01$ g ;
- fiole jaugée : $u(V_f) = 0,05$ mL (à lire sur la fiole jaugée) ;
- pipette jaugée : $u(V_p) = 0,02$ mL (à lire sur la pipette jaugée) ;
- concentration du titrant : $u(c_1) = 0,0003$ mol.L⁻¹ (à lire sur la bouteille ou sur le site d'achat) ;
- masse molaire : $u(M) = 0,0004$ g.mol⁻¹ (sur une encyclopédie en ligne, incertitude négligeable).

Evaluer l'incertitude-type du titre massique d'hydroxyde de sodium du DesTop® w_{NaOH} , selon :

$$u(w_{NaOH}) = w_{NaOH} \sqrt{\left(\frac{u(M_{NaOH})}{M_{NaOH}}\right)^2 + \left(\frac{u(c_1)}{c_1}\right)^2 + \left(\frac{u(V_E)}{V_E}\right)^2 + \left(\frac{u(V_f)}{V_f}\right)^2 + \left(\frac{u(m_0)}{m_0}\right)^2 + \left(\frac{u(V_p)}{V_p}\right)^2}$$

Simuler un processus aléatoire pour déterminer l'incertitude-type de w_{NaOH} .

Q4. Conclusion

Comparer votre résultat à l'étiquette sur la bouteille afin de conclure quant à la compatibilité ou à la non-compatibilité entre ces deux valeurs.

Éléments de correction pour le professeur

Q1. Protocole

On pèse $m_0 = 4,12$ g de DesTop© dans une fiole jaugée de $V_f = 100,00$ mL. On ajoute de l'eau distillée 100 mL.

On titre une prise d'essai de $V_p = 10,00$ mL (prélèvement à la pipette jaugée) de solution par de l'acide chlorhydrique à $c_1 = 0,1000$ mol.L⁻¹ (introduction à la burette graduée).

Q2. Résultats expérimentaux

On mesure un volume équivalent $V_E = 10,7$ mL. On cherche à évaluer l'incertitude-type de V_E .

- L'incertitude-type du volume équivalent peut être évaluée par une approche de type A en mutualisant tous les résultats de la classe.
- Une première estimation de l'incertitude-type du volume équivalent est $u(V_E) = \frac{V_{E,max} - V_{E,min}}{2}$.

$V_{E,min}$ et $V_{E,max}$ correspondent au volume du début de changement de teinte et au volume de fin de changement de teinte pour un titrage colorimétrique. La variabilité de V_E est alors essentiellement expliquée par l'appréciation du changement de couleur et par la lecture de deux volumes sur une burette graduée.

Pour un titrage suivi par pH-métrie, $V_{E,min}$ et $V_{E,max}$ sont lues sur la courbe de titrage. La variabilité de V_E est essentiellement expliquée par le soin de tracé de la courbe de titrage (lecture des volumes sur la burette graduée au cours du relevé, incertitudes-type des mesures de pH, épaisseur du trait de tracé, choix des échelles).

Nous prendrons pour la suite :

$$V_E = 10,7 \text{ mL} \quad u(V_E) = 0,2 \text{ mL}$$

Q3. Discussion

On peut calculer le titre massique d'hydroxyde de sodium du DesTop© :

$$w_{NaOH} = \frac{M_{NaOH} \times c_1 \times V_E \times V_f}{m_0 \times V_p}$$

$$w_{NaOH} = \frac{39,9971 \times 0,1000 \times 10,7 \cdot 10^{-3} \times 100,00 \cdot 10^{-3}}{4,12 \times 10,00 \cdot 10^{-3}} = 0,10388 = 10,388 \%$$

$$u(w_{NaOH}) = 10,388 \sqrt{\left(\frac{0,0004}{39,9971}\right)^2 + \left(\frac{0,0003}{0,1000}\right)^2 + \left(\frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{10,7 \cdot 10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{0,05 \cdot 10^{-3}}{100,00 \cdot 10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{4,12}\right)^2 + \left(\frac{0,02 \cdot 10^{-3}}{10,00 \cdot 10^{-3}}\right)^2}$$

$$u(w_{NaOH}) \approx 10,388 \sqrt{\left(\frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{10,7 \cdot 10^{-3}}\right)^2} = 0,2 \%$$

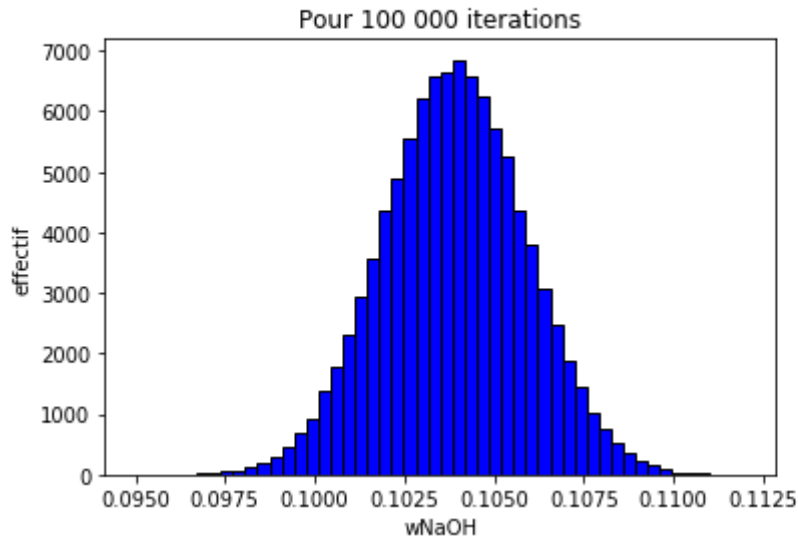
$$w_{NaOH} = 10,4 \% \quad u(w_{NaOH}) = 0,2 \%$$

La méthode de Monte-Carlo permet d'étudier la variabilité de w_{NaOH} sans avoir besoin d'utiliser des formules de composition d'incertitudes.

Un jeu de données ($m_0, M, V_f, V_p, c_1, V_E$) est tiré au sort pour calculer w_{NaOH} . La procédure est répétée 100 000 fois. On calcule la moyenne et l'écart-type $u(w_{NaOH})$.

Un essai (programme Python en annexe) permet d'obtenir (*affichage brut*) :

```
Titre massique d hydroxyde de sodium du DesTop : 10.387976603206189 %  
u(wNaOH) : 0.2000458781914225 %
```



$$w_{NaOH} = 10,4 \%$$

$$u(w_{NaOH}) = 0,2 \%$$

Q4. Conclusion

Le DesTop© est une solution d'hydroxyde de sodium à $w_{NaOH} = 10,4 \%$, $u(w_{NaOH}) = 0,2\%$.

On lit sur l'étiquette de la bouteille de DesTop© : $w_{NaOH,ref} = 10 \%$.

$$\left| \frac{w_{NaOH} - w_{NaOH,ref}}{u(w_{NaOH})} \right| = \left| \frac{10,4 - 10}{0,2} \right| = 2$$

Le titre massique d'hydroxyde de sodium du DesTop© trouvé expérimentalement est compatible avec sa valeur de référence indiquée sur l'étiquette de la bouteille à $2 u(w_{NaOH})$ près.

Annexe : programme Python pour l'évaluation de l'incertitude-type de w_{NaOH}

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot

#####
#Renvoie une valeur aléatoire de la variable L[0] d'incertitude-type L[1]
def Alea(L):
    tirage=np.random.normal() #Tirage entre -infini et +infini (loi normale)
    return L[0]+L[1]*tirage
#####

#####
#Entrées
m0=[4.12,0.01]
Vf=[100.00e-3,0.05e-3]
Vp=[10.00e-3,0.02e-3]
c1=[0.1000,0.0003]
M=[39.9971,0.0004]
Veq=[10.7e-3,0.2e-3]
#####

#####
#Méthode de Monte Carlo pour le titre massique de NaOH
LwNaOH=[]
Iteration=100000

for j in range(Iteration):
    AleawNaOH=Alea(M)*Alea(c1)*Alea(Veq)*Alea(Vf)/(Alea(m0)*Alea(Vp))
    LwNaOH.append(AleawNaOH)

MoywNaOH=sum(LwNaOH)/Iteration
uwNaOH=(1/(Iteration-1)*sum((np.array(LwNaOH)-MoywNaOH)**2.))**0.5

print('Titre massique d hydroxyde de sodium du DesTop :', 100*MoywNaOH,' %')
print('u(wNaOH) :', 100*uwNaOH,' %')
pyplot.hist(LwNaOH, range = (0.095, 0.112), bins = 50, color = 'blue',
edgecolor = 'black')
pyplot.xlabel('wNaOH')
pyplot.ylabel('effectif')
pyplot.title('Pour 100 000 iterations')
pyplot.show()
#####
```

Ce programme écrit en langage Python est disponible dans l'annexe présente sur la page [éduscol du GRIESP](#).