ministère éducation nationale

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

éduSCOL

Enseignement de mathématiques

Classe de première STMG

Ressources pour le lycée technologique

À la découverte de la fonction cube

Contexte pédagogique

Objectifs

- Introduction, à l'aide de la calculatrice graphique, de la fonction f définie, pour tout nombre réel x, par : $f(x) = x^3$.

Extrait du programme de l'enseignement de mathématiques du cycle terminal STMG

Bulletin officiel n° 6 du 9 février 2012

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Dérivation Fonction dérivée d'une fonction polynôme de degré 3. Application à l'étude des variations de la fonction.	• Déterminer l'expression de la fonction dérivée d'une fonction polynôme de degré 3. • Dans le cadre d'une résolution de problème, utiliser le signe de la fonction dérivée pour déterminer les variations d'une fonction polynôme de degré 3.	On pourra commencer par conjecturer les variations d'une fonction polynôme de degré 3 à l'aide de la calculatrice graphique ou du tableur. Cette partie du programme se prête particulièrement à l'étude de situations issues des autres disciplines (résolutions graphiques ou numériques d'équations et d'inéquations, problèmes d'optimisation…)

Prérequis, capacités

- Travail de seconde sur les fonctions.
- Fonctions affines et fonctions polynômes de degré 2.
- Lien entre le signe de $f'(x)$ et le sens de variation de f.

Les intentions

Il s'agit dans un premier temps de déterminer le sens de variation de la fonction f définie par $f(x) = x^3$ et de visualiser sa courbe représentative à l'aide de quelques points.

Dans un deuxième temps on programmera, à l'aide de la calculatrice, un algorithme permettant d'obtenir le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la tangente en un point quelconque de la courbe de f.

Exemples d’activités

Activité de découverte

Par un travail sur les inégalités, on peut démontrer que la fonction f est croissante sur **R** mais la méthode n’est pas très performante.

Comme pour les fonctions polynômes du second degré, on utilise donc le signe de $f'(x)$ pour obtenir le sens de variation de la fonction f :

On admet que pour tout nombre réel x, $f'(x) = 3x^2$.

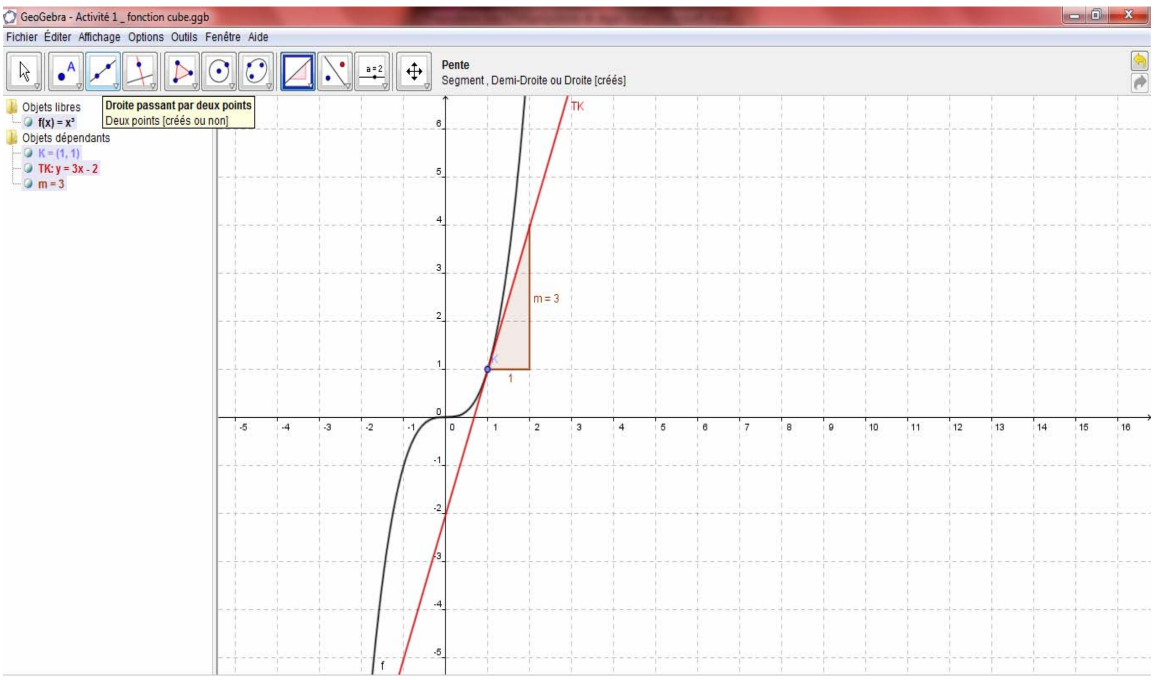
Pour tout réel x, $f'(x)$ est positif, donc f est croissante sur **R**.

Comme pour les fonctions polynômes du second degré, le nombre dérivé $f'(x_K)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C_f représentative de la fonction f au point K d’abscisse x_K.

On pourra demander aux élèves de compléter le tableau de valeurs ci-dessous puis de tracer la tangente à la courbe C_f en quelques points :

x_K	–3	–2	–1	0	1	2	3
$f(x_K)$							
$f'(x_K)$							

On peut faire remarquer qu’en des points d’abscisses opposées, les ordonnées sont opposées. La courbe C_f admet ainsi le point O, origine du repère, pour centre de symétrie.



La propriété de symétrie de la courbe représentative de f permet de comparer les tangentes en des points d’abscisses opposées.

On constate ainsi qu’en des points d’abscisses opposées, les nombres dérivés sont égaux. Les tangentes en ces points, ayant même coefficient directeur, sont donc parallèles.

L'équation de la tangente T_A en un point $A(\alpha\,;f(\alpha))$ de C_f peut être facilement obtenue en remarquant qu'on peut l'écrire sous la forme $y = mx + p$ avec m et p tels que :

- Le coefficient directeur est : $m = f'(\alpha)$
- De plus, on sait que la tangente T_A passe par le point A, donc les coordonnées de A vérifient la relation : $y_A = mx_A + p$ donc $p = y_A - x_A \times m$, soit : $p = f(\alpha) - \alpha \times f'(\alpha)$

Les valeurs de m et p peuvent être obtenues à l'aide de la calculatrice :