Dérivation : nombre dérivé et tangentes parallèles

Contexte pédagogique

Objectifs

- Calculer un nombre dérivé et l'identifier au coefficient directeur de la tangente.
- Déterminer une équation de la tangente en un point du graphe d'une fonction trinôme du second degré.

Extrait du programme de l'enseignement de mathématiques du cycle terminal STMG

Bulletin officiel n° 6 du 9 février 2012

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Dérivation Application : nombre dérivé, tangente.	• Calculer le nombre dérivé et l'identifier au coefficient directeur de la tangente. • Déterminer une équation de la tangente en un point du graphe d'une fonction trinôme du second degré. • Tracer une tangente.	La tangente en un point K d'abscisse x_K est définie comme la droite passant par K de coefficient directeur $f'(x_K)$.

Prérequis, capacités

- Équation réduite d'une droite.
- Parallélisme de deux droites.

Les intentions

Interpréter graphiquement l'égalité de plusieurs nombres dérivés en réinvestissant les connaissances acquises au sujet du parallélisme de deux droites.

La tangente en un point K d'abscisse x_K est la droite passant par K de coefficient directeur $f'(x_K)$. On peut demander aux élèves d'interpréter graphiquement l'égalité de plusieurs nombres dérivés.

On peut, par exemple, choisir trois fonctions polynômes du second degré dont seuls les termes constants sont différents ; on demande alors aux élèves de calculer le nombre dérivé de chacune de ces fonctions en une même valeur x_0, puis de faire appel à leurs connaissances sur le parallélisme de deux droites pour interpréter graphiquement l'égalité de ces trois nombres dérivés.

On peut, dans un second temps, prolonger l'activité en choisissant une autre fonction polynôme du second degré et en demandant aux élèves de déterminer en quel point de sa courbe représentative la tangente est parallèle aux précédentes.

Exemple d'énoncé

Le plan est rapporté à un repère orthogonal.

On considère les fonctions f, g et h définies sur **R** respectivement par :

$f(x) = x^2 - x - 5$

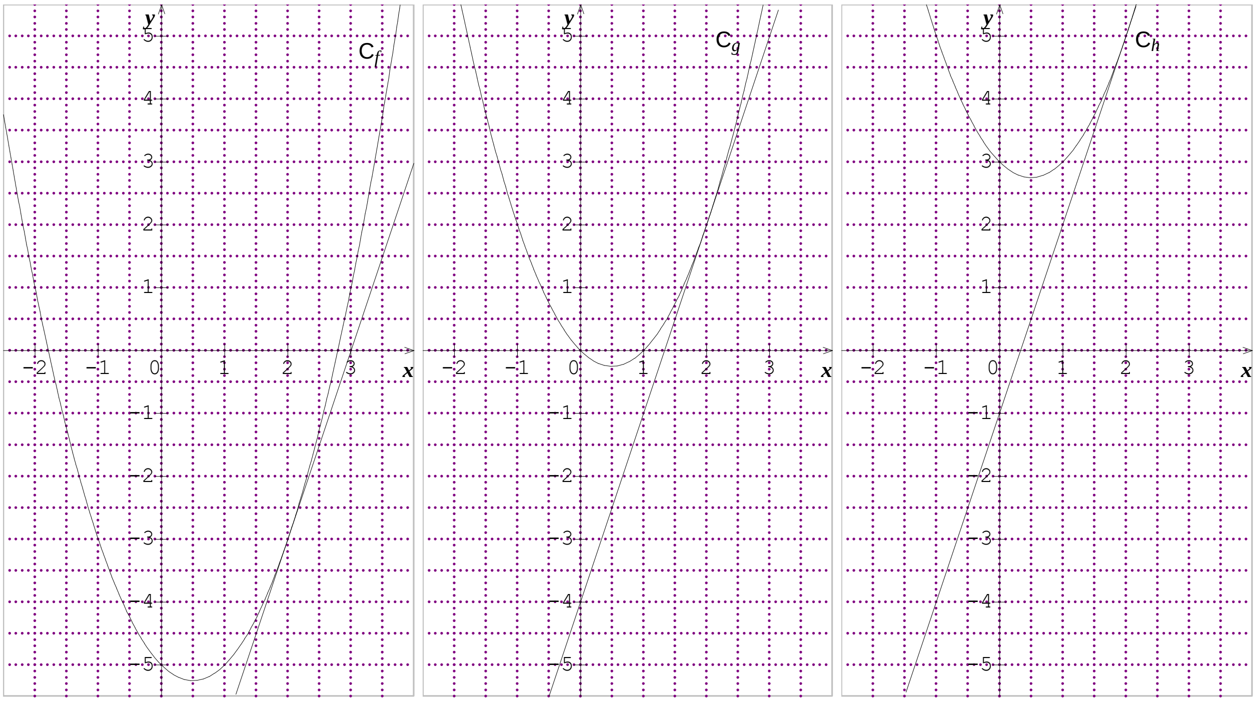
$g(x) = x^2 - x$

$h(x) = x^2 - x + 3$.

1. On appelle C_f , C_g et C_h les courbes représentant respectivement les fonctions f, g et h.

1.A. Comparer $f'(2)$, $g'(2)$ et $h'(2)$.

1.B. Quelle est la position relative des tangentes aux courbes C_f , C_g et C_h aux points d'abscisse 2 ?



2. On considère la fonction u définie sur **R** par $u(x) = -3x^2 + 2x$ et on note C_u sa courbe représentative.

2.A. Exprimer $u'(x)$ en fonction de x.

2.B. La courbe C_u admet au point A une tangente parallèle à la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 2. Calculer les coordonnées du point A.