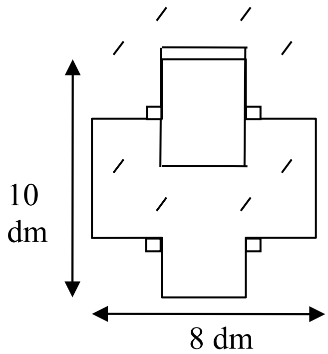
Exemple de devoir en temps libre

Le problème de « La boite » a été donné en fil rouge sur trois devoirs en temps libre. Le premier devoir est donné parallèlement aux situations introductives mentionnées ci-dessus.
Chacun peut s'engager dans le problème initial en construisant différentes boites.
Le travail a été différencié dans le deuxième devoir en temps libre, en fonction de ce que les élèves ont réussi dans le premier devoir. Par exemple, certains n'ont pas travaillé sur le deuxième devoir en temps libre, car ils avaient mené leur recherche suffisamment loin dès le premier devoir, mobilisant d'ores et déjà le tableur pour approcher la solution.

Devoir en temps libre n°5
Fil rouge 'La boite'

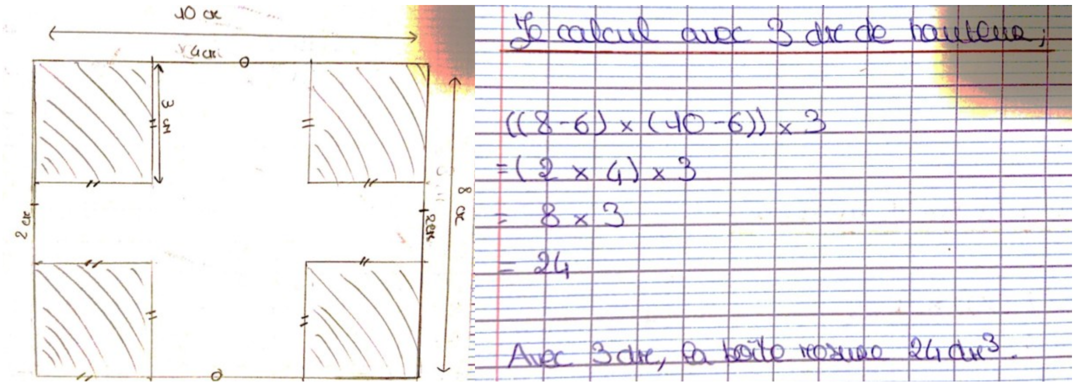
On veut fabriquer une boîte dans une plaque de carton rectangulaire de dimensions 8 dm et 10 dm en découpant un carré dans chaque coin. On voudrait que cette boîte ait le plus grand volume possible.
Combien doit mesurer le côté du carré pour que le volume de la bo*ite soit le plus grand possible ?*



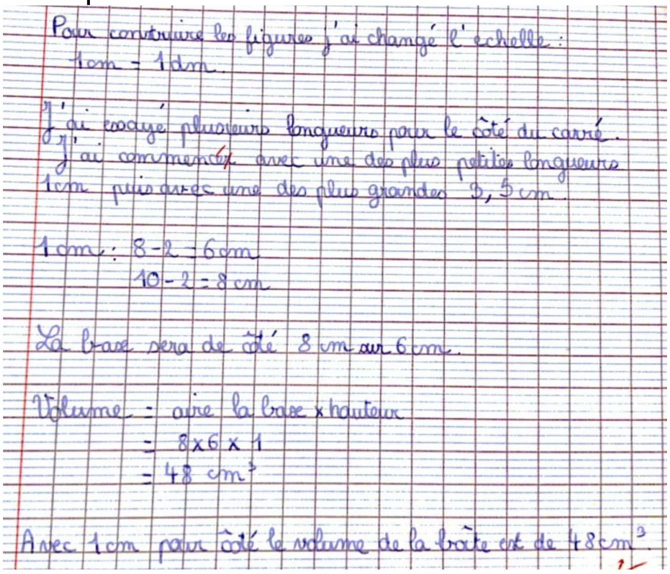
Devoir en temps libre n°6
Fil rouge 'La boite' (niveau 1)

2ème étape : Voici deux exemples justes trouvés par des élèves dans le DTL n°5.

Exemple 1 :



Exemple 2 :



Pour construire les figures j'ai changé l'échelle :
1cm = 1dm.

J'ai essayé plusieurs longueurs pour le côté du carré.
J'ai commencé avec une des plus petites longueurs
1cm puis avec une des plus grandes 3,5 cm.

1cm : 8 - 2 = 6cm
10 - 2 = 8 cm

La base sera de côté 8 cm sur 6 cm.

Volume = aire la base x hauteur
= 8x6 x 1
= 48 cm^3

Avec 1cm pour côté le volume de la boite est de 48 cm^3

En t'inspirant du travail de tes camarades, calcule le volume d'une boite lorsque le côté du carré mesure 2 dm.
Fais le même travail avec un carré de côté 1,5 dm, puis avec un carré de côté 2,5 dm.
Quand le volume de la boite parait-il le plus grand ? Peut-on continuer ces essais avec d'autres nombres ?

Devoir en temps libre n°6
Fil rouge 'La boite' (niveau 2)

2ème étape : Tu as cherché de nombreux exemples et trouvé une conjecture.
Si on appelle ***x*** la longueur du côté d'un carré, peux-tu exprimer le volume de la boite en fonction de ***x*** ?
Le fait de connaitre cette formule peut-il te permettre d'avancer dans le problème posé ? Pourquoi ? Comment ?
Ecris tes idées.

Devoir en temps libre n°7
Fil rouge 'La boite'

3 ***^{ème} étape :*** *On va chercher dans cette partie à déterminer un encadrement de la valeur du côté du carré (à 10^{-4} près) pour laquelle le volume de la boite est le pus grand possible.*

*Lors de la 2ème étape, nous avons trouvé que si on appelle **x** le côté du carré, le volume de la boite en fonction de **x** est V(**x**) = **x** (10 – 2 **x**)(8 – 2 **x**)*

Beaucoup d’élèves ont proposé lors de cette 2ème étape :

- *de faire un graphique*
- *de chercher, en programmant une calculatrice ou un tableur, une valeur précise pour **x**.*

C’est que nous allons faire dans cette troisième et dernière étape.

Tu as le choix entre deux options :

- *faire le travail entièrement avec le tableur (graphique + valeur de x) et l’imprimer.*
- *faire le travail sur une copie avec la calculatrice et le graphique sur papier millimétré.*

La 1ère option est préférable, car elle est plus rapide et permet d’entretenir et d’enrichir tes connaissances sur le tableur.

<u>1ère option</u> : Travail en utilisant le tableur

	A	B	C
1	xmin	pas	
2	0	0,1	
3			
4			
5			
6	x	V(x)	
7			
8			
9			

Prépare un tableau identique à celui ci-contre contenant la valeur minimum de ***x*** et le pas (c’est-à-dire l’écart régulier que tu veux avoir entre deux valeurs consécutives de ***x***).

En A7, entre une formule permettant de recopier la valeur minimum de ***x*** écrite en A2.
(Vérifie ta formule : change le nombre écrit en A2 ; le nombre en A7 doit changer lui aussi)

En A8, entre la formule =A7+B2, qui va permettre d’augmenter le nombre de la cellule A7 du pas défini en B2.
(Remarque : le signe $ permet ici de bloquer le nombre inscrit dans la cellule B2, et l’empêche de varier lorsqu’on utilise la poignée de recopie)
Recopie cette formule vers le bas, jusqu’à ce que ***x*** atteigne sa valeur maximale (4).
En B7, entre la formule qui permet de calculer le volume de la boite en fonction de ***x***.
Recopie cette formule vers le bas jusqu’à la ligne où ***x*** vaut 4.

Peux-tu donner un encadrement à 0,1 près pour ***x*** ?

Réalise maintenant un **graphique** qui exprime l’évolution du volume en fonction de la longueur du côté de la boite.

Recherche d’une valeur de *x* encore plus précise :
Effectue un copier-coller des colonnes A et B.
En modifiant la valeur minimum de la cellule A2 et le pas en B2, trouve un encadrement à 0,01 près, puis à 0,001 près de ***x***, et donne le volume correspondant.

$2^{ème}$ option : Travail avec la calculatrice.
En utilisant le mode TABLE (mode 4)*, entre la formule qui donne le volume de la boite en fonction de x.
Entre 0 comme valeur de départ, 4 comme valeur de fin, et 0,2 comme pas.
Tu obtiens un tableau de valeurs que tu recopieras sur ta copie.
Utilise-le pour construire un **graphique** sur papier millimétré (place en abscisse les valeurs de x et en ordonnée le volume correspondant), que tu colleras sur la copie.

Recherche d'une valeur de *x* encore plus précise :
En modifiant les valeurs de départ et de fin, ainsi que le pas, trouve un encadrement à 0,01 près, puis à 0,001 près de ***x***, et donne le volume correspondant.

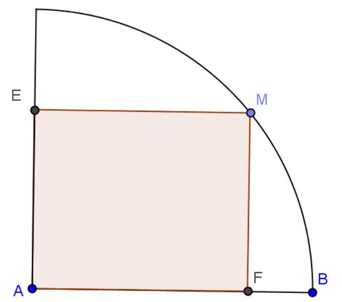
*(*Si ta calculatrice est trop ancienne, elle ne possèdera pas cette fonction. Dans ce cas, fais le travail en utilisant la touche CALC)*

Prolongements

La notion de fonction est ensuite entretenue lors de travaux dans d'autres thèmes, par exemple :

- en trigonométrie, les élèves construiront point par point les courbes représentatives des fonctions sinus et cosinus en fonction d'un angle variant entre 0 et 90°, ce qui permettra de conjecturer des propriétés qui pourront être démontrées en revenant dans le cadre géométrique (par exemple cos 45° = sin 45°, ou encore le fait que le sinus d'un angle est égal au cosinus de l'angle complémentaire…)

- sur les racines carrées, on peut chercher où placer un point M sur un quart de cercle de rayon 5 cm pour obtenir un rectangle AFME d'aire maximale.



En fonction de la progression choisie, cette dernière situation peut aussi servir de situation introductive à la notion de fonction.

Dans le cadre d'une progression spiralée, la notion de fonction sera ensuite retravaillée plusieurs fois dans l'année : zoom sur fonctions affines et linéaires (janvier), détermination d'une fonction affine et linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image (mars), coefficient directeur et ordonnée à l'origine (mai).